Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES DU GROUPEMENT C

SESSION 2014

DURÉE : 2 HEURES

SPÉCIALITÉS	COEFFICIENT
Agroéquipement	1
Charpente-couverture	1,5
Communication et industries graphiques (2 options)	2
Conception et réalisation en chaudronnerie industrielle	2
Développement et réalisation bois	2
Etude et réalisation d'outillages de mise en forme des matériaux	2
Fonderie	2
Industries céramiques	2
Industries papetières (2 options)	2
Métiers de la mode - Vêtement (2 options)	1
Mise en forme des matériaux par forgeage	2
Production textile (4 options)	3
Systèmes constructifs bois et habitat	1,5

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

Matériel autorisé :

Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante (circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999).

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6
et le formulaire de mathématiques de 5 pages.

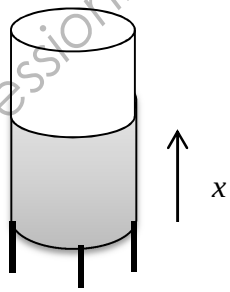
La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction seront pris en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (10 points)

Dans le cadre d'une étude de sécurisation des silos à grains, on étudie les contraintes exercées dans un silo cylindrique, de diamètre connu, contenant un matériau granulaire de masse volumique connue.

Partie 1

On s'intéresse à la fonction donnant la pression (en kilo pascals) exercée sur le fond du silo en fonction de la hauteur *x* (en mètres) de grains contenus dans le silo.



On admet que cette fonction vérifie l'équation différentielle (E) :

$$(E):\ y' + 0{,}175\,y = 8{,}365\,.$$

Dans cette équation, *y* désigne une fonction de la variable réelle *x*, définie et dérivable sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

1. Résoudre l'équation différentielle $y' + 0{,}175\,y = 0$.
2. Déterminer le réel *a* tel que la fonction *g*, définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x) = a$, soit une solution particulière de l'équation (E).
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
4. Déterminer la fonction *p* définie sur $[0;+\infty[$ solution de l'équation différentielle (E) qui vérifie $p(0) = 0$.

Partie 2

On considère la fonction *f* définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x) = 47{,}8\left(1 - \mathrm{e}^{-0{,}175x}\right)$.

Cette fonction *f* est celle qui, à toute hauteur *x* de grains contenus dans le silo décrit dans la **partie 1**, associe la pression exercée sur le fond de celui-ci.

On admet, pour l'étude théorique, que l'on peut remplir indéfiniment le silo.

1. Étude théorique.
   a) Prévoir le sens de variation de *f*.
   b) Justifier par le calcul le sens de variation de *f*.
   c) Démontrer que la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction *f* admet une asymptote horizontale $\mathscr{D}$ d'équation $y = 47{,}8$.

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

À partir d'une certaine hauteur de grains λ, on observe un effet de voûte à l'intérieur du silo, ce qui limite la pression exercée sur le fond et provoque une augmentation de la pression sur les parois latérales. Ce phénomène explique le risque d'éclatement d'un silo trop rempli. L'étude physique montre que λ est l'abscisse du point d'intersection de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 et de son asymptote horizontale $\mathscr{D}$.

2. La courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f, dans un repère orthogonal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, est fournie en annexe. Cette annexe est à rendre avec la copie.
   a) Déterminer graphiquement, sur l'annexe, un encadrement de λ par deux entiers consécutifs.
   b) Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
   c) En déduire, par le calcul, une valeur approchée de λ à 10^{-2}.

Partie 3

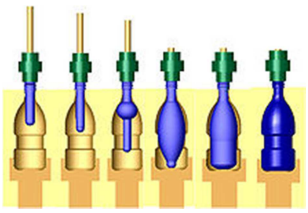
Calculer la pression moyenne exercée sur le fond du silo par une quantité de grains d'une hauteur variant entre 0 et 5 mètres.

On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction f entre les valeurs a et b est $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$.

<u>Exercice 2</u> (10 points)

La fabrication des bouteilles en PET (polyéthylène téréphtalate) destinées au conditionnement des eaux minérales plates comporte trois étapes principales :

- Étape 1 : l'injection. Les granulés de PET sont ramollis sous l'effet de la chaleur. Le plastique est alors injecté dans un moule : on obtient ainsi une **préforme** qui ressemble à un tube à essais.
- Étape 2 : les préformes sont chauffées dans un four infrarouge.
- Étape 3 : le soufflage. Une tige étire la préforme et un jet d'air la comprime contre les parois (voir figure).



Processus d'étirage-soufflage d'une préforme. (*Extrait de Wikipedia)*

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

Une société est spécialisée dans la fabrication de bouteilles d'eau plate.

On effectue différents types de tests de contrôle de qualité afin de vérifier que les bouteilles sont conformes aux normes en vigueur.

Partie 1

Un premier type de test est effectué sur les préformes à l'issue de l'étape 1 de fabrication décrite ci-dessus.

On estime qu'il y a 0,5% de préformes non conformes aux normes établies.

Soit X la variable aléatoire qui, à tout lot de 80 préformes prélevées au hasard dans la production, associe le nombre de préformes non conformes. La production de la société est suffisamment importante pour que ce prélèvement soit assimilé à un tirage avec remise.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Calculer la probabilité qu'il y ait une seule préforme non conforme dans un lot de 80.
3. Calculer la probabilité qu'il y ait au plus une préforme non conforme dans un lot de 80.

Partie 2

Le four infrarouge se dérègle au cours du temps. Le réglage ne pouvant être corrigé dans l'immédiat, la société désire évaluer les conséquences de ce dysfonctionnement. Elle décide de relever chaque jour, sur un échantillon, le pourcentage de bouteilles touchées par ce problème. On obtient le tableau suivant :

Jours x_i	1	2	3	4	5	6
Pourcentages de bouteilles défectueuses y_i	0,8	1,3	1,4	1,7	2,1	2,2

1. Donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. (Les coefficients seront arrondis à 10^{-3}).
2. On admet que l'évolution du pourcentage de bouteilles défectueuses se poursuit de la même manière dans les jours suivants. Estimer le pourcentage de bouteilles défectueuses produites le neuvième jour.

Partie 3

Une série de tests, concernant entre-autres la résistance des bouteilles et l'épaisseur de matériau à utiliser, est effectuée à l'issue de l'étape de soufflage sur des échantillons de 100 bouteilles prélevées au hasard.

Chaque bouteille prélevée est placée sous un plateau de compression. Une force verticale est appliquée avec une vitesse constante provoquant la déformation de la bouteille.

Base Nationale des sujets d'Examen de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

Un dynamomètre permet de mesurer la charge de compression verticale, c'est à dire l'intensité maximale de la force exercée pendant le test jusqu'à ce que la bouteille se déforme visiblement. Elle est exprimée en Newtons.

On désigne par C la variable aléatoire qui, à toute bouteille prélevée dans la production, associe la charge de compression verticale infligée lors du test.

On admet que C suit une loi normale de moyenne *m* et d'écart type 1.

1. Dans cette question, on suppose que $m = 30$. Une bouteille est déclarée conforme lorsque la charge de compression verticale infligée lors du test est comprise entre 28 et 32 Newtons.

   Calculer la probabilité qu'une bouteille prélevée au hasard dans la production soit conforme.

2. Pour des raisons écologiques, la société vient de mettre au point un nouveau modèle de bouteille en plastique de plus faible épaisseur. On souhaite tester si les bouteilles sont toujours aussi résistantes.

   On construit donc un test bilatéral de validité d'hypothèse, destiné à savoir si l'on peut considérer, au seuil de 5%, que la charge moyenne de compression verticale sur l'ensemble de la production de bouteilles est égale à 30 Newtons.

   Soit $\overline{C}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 100 bouteilles de la production, associe la charge moyenne de compression verticale infligée lors du test.

   On admet que $\overline{C}$ suit une loi normale de moyenne *m* et d'écart type 0,1.

   On choisit l'hypothèse nulle $H_0 : "m = 30"$.

   a) Donner l'hypothèse alternative H_1.

   b) Sous l'hypothèse $H_0 : "m = 30"$, calculer le réel *a* tel que :

   $$P\left(30 - a \leq \overline{C} \leq 30 + a\right) = 0,95$$

   c) Énoncer la règle de décision de ce test.

   d) On prélève au hasard un échantillon de 100 bouteilles dans la production. La charge moyenne de compression verticale sur cet échantillon est de 29,4 Newtons.
   Peut-on conclure, au seuil de 5%, que la charge moyenne de compression verticale sur l'ensemble de la production de bouteilles est égale à 30 Newtons ?

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

Annexe de l'exercice 1

À rendre avec la copie



Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.