Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS DRB

Mathématiques - Groupement B

Session 2023 • Code sujet : **23MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2, sauf Traitement des matériaux (2 options) : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Fermeture d’un tiroir : équation différentielle et étude de fonction (14 questions) **Page 3**

2. Probabilités et intervalle de confiance dans un magasin de vélos (10 questions) **Page 7**

3. Ce qu’il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsdrb.fr/assets/annales/bts-drb/E2 - Mathématiques/2023/BTS DRB - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 1-Sujet.pdf

1. Fermeture d’un tiroir : équation différentielle et étude de fonction

La distance entre le fond d’un meuble et le fond d’un tiroir pendant sa fermeture est modélisée par une fonction du temps, illustrée par un croquis. L’exercice étudie cette fonction par une équation différentielle, ses limites et variations, un algorithme, une tangente et un développement limité.

Partie A

Question 1.a. Résoudre l’équation caractéristique r² + 5r + 4 = 0.

Le discriminant vaut $\Delta = 25 - 16 = 9$. Les racines sont $\frac{-5+3}{2}$ et $\frac{-5-3}{2}$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $r = -1$ ou $r = -4$.

Question 1.b. Résoudre l’équation différentielle y'' + 5y' + 4y = 0 en utilisant le tableau fourni.

Les deux racines réelles distinctes de l’équation caractéristique sont $r_1 = -1$ et $r_2 = -4$. D’après le tableau fourni, la solution générale est $y(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$, où C_1 et C_2 sont des constantes réelles.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{-4t}$, avec $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

Question 2.a. À partir de la position initiale du point M et de sa vitesse au début de la fermeture, déterminer f(0) et f'(0).

La distance initiale OM est de 20 cm, donc $f(0) = 20$. Comme l’axe positif est orienté de O vers M, le déplacement vers O correspond à une vitesse négative : $f'(0) = -10$ cm·s⁻¹.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $f(0) = 20$ cm et $f'(0) = -10$ cm·s⁻¹.

Question 2.b. En admettant que f(t) = (70/3)e⁻ᵗ - (10/3)e⁻⁴ᵗ, déterminer la valeur exacte de la distance OM deux secondes après le début de la fermeture.

En remplaçant t par 2 dans l’expression admise, on obtient $f(2) = \frac{70}{3}e^{-2} - \frac{10}{3}e^{-8}$. Cette valeur exacte est d’environ 3,157 cm.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $OM = f(2) = \dfrac{70}{3}e^{-2} - \dfrac{10}{3}e^{-8}$ cm.

Question 2.c. **Le tiroir est considéré fermé lorsque la distance OM est inférieure à 0,5 cm. Déterminer si le constructeur a raison d'affirmer que le tiroir est fermé en moins de 4 secondes et justifier.**

La fonction est décroissante sur $[0;+\infty[$. À $t = 3,9$ s, $f(3,9) = \frac{70}{3}e^{-3,9} - \frac{10}{3}e^{-15,6} \approx 0,473$ cm. La distance est donc déjà inférieure à 0,5 cm avant 4 secondes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui : à 3,9 s, $OM \approx 0,473$ cm, donc le tiroir est fermé en moins de 4 s.

Partie B

Question 1.a. **En utilisant la limite donnée pour e^{-u}, déterminer la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞.**

Quand $t \to +\infty$, les deux exponentielles e^{-t} et e^{-4t} tendent vers 0. Les deux termes de $f(t) = \frac{70}{3}e^{-t} - \frac{10}{3}e^{-4t}$ tendent donc vers 0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 0$.

Question 1.b. **Déduire de la limite précédente que la courbe représentative de f possède une asymptote, puis en donner une équation.**

Comme $f(t)$ tend vers 0 lorsque $t \to +\infty$, la courbe $\mathcal{C}$ admet une asymptote horizontale d'équation :

$$y = 0$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale en $+\infty$: $y = 0$.

Question 2.a. **Déterminer f'(t) pour tout t appartenant à [0 ; +∞[.**

On dérive chaque terme en utilisant $(e^{u(t)})' = u'(t)e^{u(t)}$: $(e^{-t})' = -e^{-t}$ et $(e^{-4t})' = -4e^{-4t}$. Ainsi, $f'(t) = -\frac{70}{3}e^{-t} + \frac{40}{3}e^{-4t}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $$f'(t) = -\frac{70}{3}e^{-t} + \frac{40}{3}e^{-4t}.$$

Question 2.b. **Sachant que f'(t) < 0 sur [0 ; +∞[, établir le tableau de variations de f sur cet intervalle.**

t	0		$+\infty$
$f(t)$	20	$\searrow$	0

On a $f(0) = \frac{70}{3} - \frac{10}{3} = 20$. Puisque $f'(t) < 0$ sur l'intervalle et que sa limite vaut 0, f décroît de 20 vers 0.

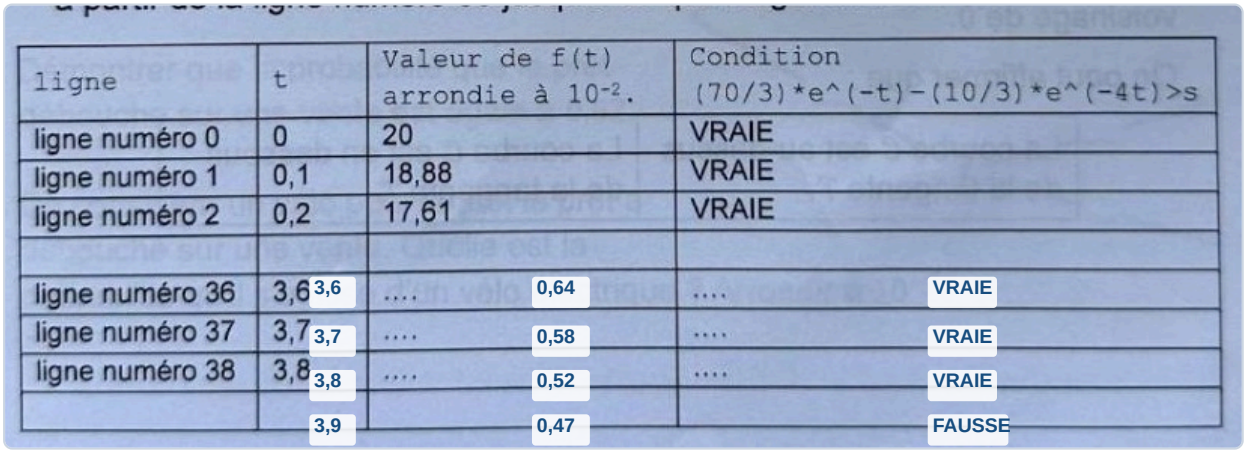
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f décroît de 20 vers 0 sur $[0; +\infty[$.

Question 3.a. **Compléter le tableau de l'algorithme à partir de la ligne 36, en ajoutant des lignes si nécessaire, jusqu'à son arrêt. Indiquer les valeurs de t, de f(t) arrondie à 10^{-2} et de la condition testée.**

À chaque passage de la boucle, t augmente de 0,1. La condition testée est $f(t) > 0,5$. Elle reste vraie à 3,8 s, puis devient fausse à 3,9 s : la ligne 39 est donc la dernière exécutée.

Ligne	t	$f(t)$**, arrondie à** 10^{-2}	**Condition**
36	3,6	0,64	VRAIE
37	3,7	0,58	VRAIE
38	3,8	0,52	VRAIE
39	3,9	0,47	FAUSSE

Tableau de l'algorithme complété



> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'algorithme s'arrête à la ligne 39, avec $t = 3,9$ s.

Question 3.b. **Donner la valeur de la variable t à la fin de l'exécution de l'algorithme et interpréter le résultat dans le contexte de la fermeture du tiroir.**

À 3,8 s, la condition $f(t) > 0,5$ est vraie. À 3,9 s, elle est fausse et la boucle s'arrête. Dans le contexte, la distance OM est alors inférieure au seuil de fermeture.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $t = 3,9$ s : le tiroir est fermé.

Question 4.a. **À l'aide du développement limité fourni, déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

Le développement limité fourni donne les termes $20 - 10t$, donc $f(0) = 20$ et $f'(0) = -10$. L'équation de la tangente en 0 est $y = f(0) + f'(0)t$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $T : y = 20 - 10t$.

Question 4.b. **Parmi les propositions, recopier l'unique expression correcte du développement limité de f à l'ordre deux au voisinage de 0. Aucune justification n'est demandée.**

On retient l'expression dont le terme de degré deux est $-15t^2$ et dont le reste est de la forme $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 20 - 10t - 15t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

Question 4.c. **À partir du développement limité, indiquer si la courbe C est au-dessus ou en dessous de sa tangente T au voisinage de 0.**

Le développement limité donne $f(t) - (20 - 10t) = -15t^2 + t^2\varepsilon(t)$. Pour $t > 0$ suffisamment proche de 0, cette différence est négative : la courbe est située sous sa tangente.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\mathcal{C}$ est en dessous de T au voisinage de 0.

2. Probabilités et intervalle de confiance dans un magasin de vélos

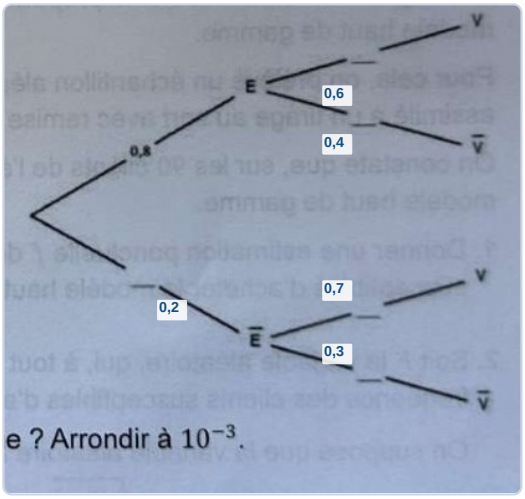
Un magasin prête des vélos électriques ou mécaniques pour favoriser les ventes, puis étudie la durée de réparations et les intentions d'achat d'un modèle haut de gamme. Les trois parties portent sur les probabilités conditionnelles, la loi binomiale et l'estimation d'une proportion par intervalle de confiance.

Partie A : Probabilités conditionnelles

Question 1. Recopier et compléter l'arbre pondéré décrivant le type de vélo prêté et l'issue du prêt, à partir des données fournies.

Les premières branches donnent les probabilités des deux types de vélos : 0,8 pour un vélo électrique et 0,2 pour un vélo mécanique. Depuis chaque type, on inscrit la probabilité conditionnelle de vente donnée dans l'énoncé, puis sa complémentaire pour l'absence de vente. Ainsi, les probabilités de vente sont 0,6 et 0,7, et celles de non-vente sont 0,4 et 0,3. L'arbre complété est annoté directement sur le schéma du sujet ; depuis chaque nœud, les probabilités des deux branches totalisent 1.

Arbre pondéré complété



✓ RÉPONSE À RETENIR

E : 0,8 ; non E : 0,2. Depuis E : V 0,6, non V 0,4. Depuis non E : V 0,7, non V 0,3.

Question 2. Déterminer la probabilité qu'un vélo prêté soit électrique et que le prêt débouche sur une vente, soit P(E ∩ V).

La probabilité d'un chemin dans l'arbre est le produit des probabilités inscrites sur ses branches. Pour obtenir simultanément un vélo électrique et une vente, on suit le chemin correspondant :
$P(E \cap V) = P(E) \times P(V \mid E) = 0,8 \times 0,6 = 0,48$.
Le résultat représente la proportion de prêts qui concernent un vélo électrique et débouchent sur une vente. On l'exprime aussi par 48 % des prêts.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(E \cap V) = 0,48$.

Question 3. Démontrer que la probabilité qu'un prêt débouche sur une vente est égale à 0,62.

1. Une vente peut suivre un prêt de vélo électrique ou un prêt de vélo mécanique. Ces deux situations sont incompatibles.
2. On additionne donc les probabilités des deux chemins de vente :
   $P(V) = 0,8 \times 0,6 + 0,2 \times 0,7 = 0,48 + 0,14 = 0,62$.

La probabilité totale qu'un prêt débouche sur une vente est donc bien égale à 0,62, soit 62 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(V) = 0,62$.

Question 4. Sachant qu'un prêt a débouché sur une vente, déterminer la probabilité que le vélo prêté soit électrique. Arrondir à 10^{-3}.

On cherche la probabilité qu'un vélo soit électrique sachant que le prêt a débouché sur une vente. La probabilité d'obtenir à la fois un vélo électrique et une vente vaut 0,48, tandis que la probabilité d'une vente vaut 0,62. On calcule donc :
$P(E \mid V) = \dfrac{P(E \cap V)}{P(V)} = \dfrac{0,48}{0,62} \approx 0,774$.
Le résultat est arrondi au millième, comme demandé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(E \mid V) \approx 0,774$.

Partie B : Loi binomiale

Question 1. Donner les paramètres de la loi binomiale suivie par X, qui compte, parmi 80 réparations, le nombre nécessitant moins d'une heure de main-d'œuvre.

Chaque réparation constitue une épreuve de Bernoulli : le succès est « la réparation nécessite moins d'une heure ». Sa probabilité est 0,62. On compte les succès parmi 80 réparations ; le nombre de succès suit donc une loi binomiale. Les paramètres et leur signification dans la situation sont récapitulés dans le tableau.

Paramètre	Valeur	Signification
n	80	Nombre de réparations
p	0,62	Probabilité d'une réparation de moins d'une heure

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(80\,;\,0,62)$.

Question 2. Déterminer la probabilité P(X = 40). Arrondir à 10^{-3}.

Pour une loi binomiale de paramètres $n = 80$ et $p = 0,62$, la probabilité d'obtenir exactement 40 réparations de moins d'une heure est :
$P(X = 40) = \binom{80}{40}(0,62)^{40}(1 - 0,62)^{40}$.
Comme $1 - 0,62 = 0,38$, l'évaluation donne environ 0,00832. Arrondie au millième, cette probabilité vaut 0,008.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X = 40) \approx 0,008$.

Question 3. Déterminer la probabilité que, dans l'échantillon, le nombre de vélos nécessitant moins d'une heure de main-d'œuvre soit strictement supérieur au nombre de vélos nécessitant plus d'une heure de main-d'œuvre. Arrondir à 10^{-3}.

Si X réparations nécessitent moins d'une heure, les $80 - X$ autres nécessitent plus d'une heure. La condition demandée s'écrit donc $X > 80 - X$, soit $X \geq 41$. On calcule la probabilité de la queue supérieure de la loi binomiale :
$P(X \geq 41) = 1 - P(X \leq 40) \approx 1 - 0,01937 = 0,98063$.

- L'égalité des deux nombres correspond à $X = 40$ et n'est pas incluse.
- Au millième, la probabilité demandée est 0,981.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X \geq 41) \approx 0,981$.

Partie C : Intervalle de confiance

Question 1. À partir des 54 clients sur 90 susceptibles d'acheter le modèle haut de gamme, donner l'estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p.

L'estimation ponctuelle de la proportion inconnue est la fréquence observée dans l'échantillon. Sur les 90 clients interrogés, 54 sont susceptibles d'acheter le modèle haut de gamme. On divise donc l'effectif observé par l'effectif total :
$f = \dfrac{54}{90} = 0,6$.
L'estimation ponctuelle correspond ainsi à 60 % des clients de l'échantillon.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f = 0,6$, soit 60 %.

Question 2.a. **Déterminer un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % pour la proportion p, à partir de l'échantillon de 90 clients et de la formule fournie.**

On applique la formule fournie avec $f = 0,6$ et $n = 90$. La marge d'erreur est $1,96\sqrt{\dfrac{0,6(1-0,6)}{90}} \approx 0,1012$. Les bornes sont donc $0,6 - 0,1012 \approx 0,499$ et $0,6 + 0,1012 \approx 0,701$. Le tableau donne l'intervalle de confiance à 95 %, arrondi au millième.

Borne inférieure	Borne supérieure
0,499	0,701

✓ RÉPONSE À RETENIR

$[0,499\,;\,0,701]$.

Question 2.b. **Indiquer si l'on est certain que la proportion p appartient à cet intervalle de confiance.**

Non. Un intervalle de confiance à 95 % ne garantit pas que l'intervalle construit à partir de cet échantillon précis contienne la proportion réelle. Le niveau de confiance décrit la fiabilité de la méthode : si l'on répétait un grand nombre de prélèvements et de constructions d'intervalles, environ 95 % des intervalles obtenus contiendraient la proportion inconnue.

- On ne peut donc pas affirmer avec certitude que p appartient à l'intervalle calculé.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Non, on ne peut pas en être certain.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2023)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2023, porte le code 23MATGRB1 et dure deux heures. Le coefficient est de 2, sauf pour Traitement des matériaux (2 options), où il est de 3. Deux exercices étudient la fermeture d'un tiroir par équation différentielle et analyse de fonction, puis les probabilités, réparations et intentions d'achat dans un magasin de vélos.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour une équation différentielle linéaire homogène du second ordre à coefficients constants, les racines de l'équation caractéristique déterminent la forme des solutions.
- La tangente à la courbe de f en t = 0 a pour équation y = f(0) + f'(0)t.
- Si X suit une loi binomiale B(n, p), alors $P(X = k) = C(n,k)p^k(1-p)^{n-k}$.
- L'intervalle de confiance à 95 % fourni est $[f - 1{,}96\sqrt{(f(1-f)/n)} ; f + 1{,}96\sqrt{(f(1-f)/n)}]$.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités : f(t) est une distance en centimètres et t est un temps en secondes.
- Dans l'algorithme, vérifier la condition à chaque ligne et s'arrêter dès qu'elle devient fausse.
- Dans l'arbre pondéré, distinguer les probabilités des branches de celles des intersections.
- Pour l'intervalle de confiance, utiliser la fréquence observée et ne pas présenter le niveau de confiance de 95 % comme une certitude.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment obtenir les conditions initiales de la fonction qui décrit le tiroir ?

La distance initiale fournit directement f(0). La vitesse signée du point M correspond à la dérivée de cette distance : le mouvement vers O est associé à une vitesse négative, exprimée en centimètres par seconde.

Q : Comment calculer une probabilité à partir de l'arbre des ventes ?

La probabilité d'un chemin se calcule en multipliant les probabilités des branches qui le composent. Pour obtenir la probabilité d'une vente, additionnez les probabilités des chemins distincts qui aboutissent à l'événement vente.

Q : Comment traduire la comparaison des nombres de réparations dans la question binomiale ?

Si X compte les réparations de moins d'une heure sur 80, le nombre de réparations de plus d'une heure est 80 - X. La condition demandée s'écrit X > 80 - X, puis se traduit par les valeurs entières de X qui satisfont cette inégalité.

Q : Que signifie le niveau de confiance de 95 % dans cette épreuve ?

L'intervalle est construit à partir de l'échantillon selon la formule fournie. Le niveau de 95 % décrit la méthode appliquée à des échantillons répétés et ne permet pas d'affirmer avec certitude que la proportion inconnue appartient à l'intervalle obtenu.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsdrb.fr/assets/annales/bts-drb/E2 - Mathématiques/2023/BTS DRB - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTS Développement et Réalisation Bois : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.