Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS DRB

Mathématiques - Groupement B des BTS

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 (3 pour la spécialité Traitement des matériaux)**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Freinage d'un chariot de fête foraine (12 questions) **Page 3**

2. Contrôle de conformité et durée de vie de tubes fluorescents (9 questions) **Page 6**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 10**

Sujet officiel (PDF) : https://btsdrb.fr/assets/annales/bts-drb/E2 - Mathématiques/2022/BTS DRB - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage d'un chariot de fête foraine

Un chariot lancé à 20 m·s⁻¹ est ralenti par un système de freinage, et sa vitesse est modélisée par une fonction du temps. Les trois parties étudient une équation différentielle, les variations et la distance parcourue, puis le développement limité et la tangente à la courbe.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

Question 1. a. Résoudre l'équation différentielle homogène (E₀) : y' + 0,8y = 0.

Pour l'équation homogène $y' + 0,8y = 0$, la formule $y(t) = Ce^{-at}$ donne, avec $a = 0,8$, l'ensemble des solutions sur $[0; +\infty[$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = Ce^{-0,8t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 1. b. Soit g définie sur [0 ; +∞[par g(t) = 5. Vérifier que g est une solution de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

La fonction constante $g(t) = 5$ vérifie $g'(t) = 0$. Ainsi, $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$, donc elle satisfait l'équation (E).

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = 5$ est une solution de (E).

Question 1. c. Déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

Une solution de (E) s'obtient en ajoutant la solution particulière 5 aux solutions de l'équation homogène, qui sont $Ce^{-0,8t}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = 5 + Ce^{-0,8t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer la solution f de (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.

Dans la solution générale $f(t) = 5 + Ce^{-0,8t}$, la condition initiale donne $f(0) = 5 + C = 20$. On obtient donc $C = 20 - 5 = 15$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 5 + 15e^{-0,8t}$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1. a. Démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ est égale à 5.

On a $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$. Lorsque $t \to +\infty$, $e^{-0,8t} \to 0$, donc le terme exponentiel tend vers zéro et la fonction tend vers 5.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

Question 1. b. Déduire de cette limite que la courbe C admet une asymptote, puis en donner une équation.

Comme $f(t)$ tend vers 5 à l'infini, la courbe se rapproche de la droite horizontale d'ordonnée 5. Cette droite est une asymptote horizontale à C.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale : $y = 5$.

Question 2. En utilisant l'expression admise f'(t) = −12e^{−0,8t}, dresser le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,8t} > 0$, donc $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$. La fonction est strictement décroissante, part de $f(0) = 20$ et tend vers 5.

t	**0**	$+\infty$
Signe de $f'(t)$	$-$	
Variation de f	20	↘ 5

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f décroît strictement de 20 vers 5 sur $[0; +\infty[$.

Question 3. Déterminer si le système de freinage permet au chariot de s'arrêter.

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,8t} > 0$, donc $f(t) = 5 + 15e^{-0,8t} > 5$. La vitesse ne s'annule jamais et tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non, le chariot ne s'arrête pas selon ce modèle.

Question 4. a. **On donne F(t) = −18,75e^{−0,8t} + 5t. Vérifier que F est une primitive de f sur [0 ; +∞[.**

En dérivant, $F'(t) = 18,75 \times 0,8e^{-0,8t} + 5 = 15e^{-0,8t} + 5 = f(t)$. La dérivée de F est donc bien f sur $[0; +\infty[$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$, donc F est une primitive de f.

Question 4. b. **En utilisant la formule de l'énoncé d = ∫_{t₀}^{t₁} f(t)dt, calculer la valeur exacte de la distance parcourue entre t₀ = 0 et t₁ = 1, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

La distance est $d = F(1) - F(0)$. Ainsi, $d = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ m, soit $15,33$ m au centimètre près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ m $\approx 15,33$ m.

Partie C - Étude locale

Question 1. **Choisir, parmi les propositions, l'expression du développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.**

Le développement limité à l'ordre 2 comporte les termes $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2$, suivis d'un reste de la forme $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$. Cela correspond à la proposition de droite.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Proposition de droite : $f(t) = 20 - 12t + \frac{24}{5}t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

Question 2. **Donner une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 0.**

Au point d'abscisse 0, $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12$. L'équation de la tangente est donc $y = f(0) + f'(0)t$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 20 - 12t$.

2. Contrôle de conformité et durée de vie de tubes fluorescents

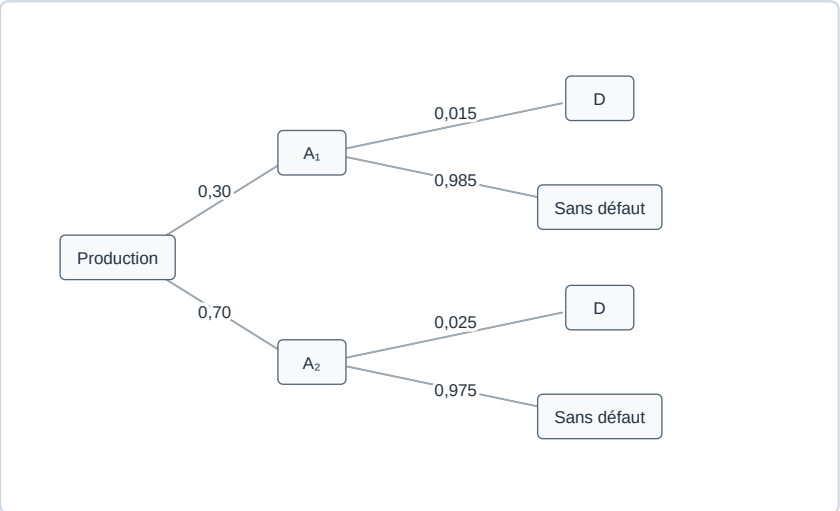
Une usine produit des tubes fluorescents dans deux ateliers, avec des taux de défaut différents, et contrôle leur conformité. L'exercice porte aussi sur la durée de fonctionnement modélisée par une loi exponentielle et sur l'estimation de la proportion de rivets conformes à partir d'un échantillon.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Réaliser un arbre pondéré décrivant la production des deux ateliers et les proportions de tubes défectueux dans chacun.

L'arbre commence par le choix de l'atelier, avec les proportions de production indiquées. Depuis chaque atelier, on sépare les tubes défectueux des tubes sans défaut. Les probabilités de ces deux dernières branches sont conditionnelles à l'atelier : la branche « sans défaut » complète le taux de défaut pour obtenir 1. Les six branches et leurs pondérations figurent dans l'arbre.

Arbre pondéré de la production et des défauts



A_1 et A_2 désignent les ateliers ; D désigne un tube défectueux.

✓ RÉPONSE À RETENIR

A_1 : 0,30 ; A_2 : 0,70. $P(D|A_1)$: 0,015 ; $P(\text{non } D|A_1)$: 0,985 ; $P(D|A_2)$: 0,025 ; $P(\text{non } D|A_2)$: 0,975.

Question 2. Calculer la probabilité $P(A_1 \cap D)$, où A_1 désigne l'événement « le tube provient de l'atelier 1 » et D l'événement « le tube présente un défaut ».

La probabilité de l'intersection « atelier 1 et défaut » s'obtient en multipliant la part de production de l'atelier 1 par son taux de défaut. Ainsi, $\mathbf{P(A_1 \cap D) = P(A_1) \times P(D|A_1) = 0{,}30 \times 0{,}015 = 0{,}0045}$. Cela correspond à 0,45 % de la production totale, puisque 0,0045 × 100 = 0,45.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A_1 \cap D) = 0{,}0045$, soit 0,45 % de la production.

Question 3. Déterminer la probabilité qu'un tube prélevé au hasard présente un défaut. La valeur imprimée à démontrer est P(D) = 0,0195, mais elle paraît incohérente avec les proportions et taux de défaut indiqués dans l'énoncé.

La probabilité totale d'un défaut est la somme des probabilités des deux chemins qui aboutissent à D. Le calcul avec les proportions et les taux de défaut de l'énoncé donne 0,022. Cette valeur est également inscrite en correction manuscrite sur le sujet, à côté de la valeur imprimée 0,0195.

Chemin	Calcul	Probabilité
A_1 puis D	0,30 × 0,015	0,0045
A_2 puis D	0,70 × 0,025	0,0175

On additionne les deux probabilités obtenues.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(D) = 0,022. La valeur imprimée 0,0195 est incohérente avec les données.

Question 4. Sachant que le tube ne présente pas de défaut, calculer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.

On conditionne par l'absence de défaut. La probabilité qu'un tube provienne de l'atelier 2 et soit sans défaut est 0,70 × 0,975 = 0,6825. La probabilité totale d'absence de défaut est 1 − 0,022 = 0,978. La probabilité cherchée est donc le quotient de ces valeurs.

- $P(A_2|\text{non D}) = 0,6825 \div 0,978$.
- À trois décimales, le résultat vaut 0,698.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_2|\text{non D}) \approx 0,698$, soit 69,8 %.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. La durée de bon fonctionnement T suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,001. Déterminer son espérance et interpréter le résultat dans le contexte.

Sur la page du sujet, le paramètre de la loi exponentielle est λ = 0,0001, et non 0,001. La formule donnée est E(T) = 1/λ. On obtient donc E(T) = 1/0,0001 = 10 000 heures. Dans le modèle, cette espérance représente la durée moyenne de bon fonctionnement des tubes ; elle ne garantit pas qu'un tube particulier atteindra cette durée.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> E(T) = 10 000 heures : c'est la durée moyenne de bon fonctionnement selon le modèle.

Question 2. Calculer, avec un arrondi à 10^{-2}, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit inférieure à 8 000 heures.

La formule du sujet donne $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Avec $\lambda = 0{,}0001$ et $t = 8\,000$ heures, on obtient $P(T < 8\,000) = 1 - e^{-0{,}8} \approx 0{,}55067$. La loi exponentielle étant continue, les probabilités pour $T < 8\,000$ et $T \leq 8\,000$ sont égales. L'arrondi au centième est donc 0,55.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T < 8\,000) \approx 0{,}55$ au centième.

Question 3. Calculer, avec un arrondi à 10^{-2}, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit supérieure à 10 000 heures.

La probabilité de dépasser t est le complément de la probabilité de terminer avant ou à t : $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. Pour $t = 10\,000$ heures et $\lambda = 0{,}0001$, cela donne $P(T > 10\,000) = e^{-1} \approx 0{,}36788$. Arrondie au centième comme demandé, cette probabilité vaut 0,37.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T > 10\,000) \approx 0{,}37$ au centième.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. Sur un échantillon de 1 000 rivets, 975 sont conformes. Donner une estimation ponctuelle de la proportion inconnue p de rivets conformes.

L'estimation ponctuelle de la proportion inconnue p est la fréquence observée de rivets conformes. L'échantillon contient 975 rivets conformes sur 1 000, donc $f = 975/1\,000 = 0{,}975$. Cette fréquence est l'estimation ponctuelle demandée ; exprimée en pourcentage, elle correspond à 97,5 % de rivets conformes dans l'échantillon.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Estimation ponctuelle : $\hat{p} = 0{,}975$, soit 97,5 %.

Question 2. À l'aide de la formule fournie, déterminer un intervalle de confiance à 95 % de p, centré sur la fréquence observée, puis arrondir ses bornes à 10^{-3} près.

On applique la formule fournie avec $f = 0{,}975$ et $n = 1\,000$. La marge vaut $1{,}96\sqrt{(0{,}975 \times 0{,}025/1\,000)} \approx 0{,}009677$. L'intervalle centré sur la fréquence observée est donc $[0{,}975 - 0{,}009677 ; 0{,}975 + 0{,}009677]$. En arrondissant séparément les deux bornes au millième, on obtient l'intervalle demandé.

Borne	Valeur avant arrondi	Valeur arrondie
Inférieure	0,965323	0,965
Supérieure	0,984677	0,985

✓ RÉPONSE À RETENIR

Intervalle de confiance à 95 % : [0,965 ; 0,985].

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : L'épreuve de mathématiques du BTS, session 2022, code 22MATGRB1, dure deux heures et comporte deux exercices de 10 points. Le coefficient est 2, ou 3 en Traitement des matériaux. Les thèmes sont le freinage d'un chariot de fête foraine et le contrôle de tubes fluorescents. Les compétences évaluées couvrent équations différentielles, fonctions, intégrales, probabilités, loi exponentielle et estimation statistique.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Les solutions de $y' + ay = 0$ sont de la forme $y(t) = ke^{-at}$; pour une équation non homogène, on ajoute une solution particulière.
- Si $f(t)$ tend vers une limite finie L lorsque t tend vers $+\infty$, la courbe de f admet l'asymptote horizontale $y = L$.
- Pour T exponentielle de paramètre λ, $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$ et $E(T) = 1/\lambda$.
- L'intervalle de confiance fourni à 95 % est $f \pm 1{,}96\sqrt{(f(1-f)/n)}$, où f est la fréquence observée et n l'effectif.

Points de vigilance & attentes du jury

- Dans l'arbre, inscrire les probabilités des ateliers puis les probabilités conditionnelles de défaut ou d'absence de défaut.
- Pour une probabilité conditionnelle, identifier l'événement conditionnant et utiliser la probabilité correspondante au dénominateur.
- Vérifier la cohérence du calcul de P(D) avec les taux des deux ateliers, car la valeur imprimée dans l'énoncé semble erronée.
- Respecter les unités de durée et les arrondis demandés : au centième pour les probabilités et à 10^{-3} pour l'intervalle.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre l'équation différentielle du modèle de freinage ?

Résolvez d'abord l'équation homogène $y' + 0{,}8y = 0$, puis ajoutez la solution particulière constante indiquée. Appliquez ensuite la condition initiale $f(0) = 20$ pour déterminer la constante restante.

Q : Comment calculer les probabilités avec la loi exponentielle de cet exercice ?

Avec $\lambda = 0{,}001$ et un temps t exprimé en heures, utilisez $P(T \leq t) = 1 - e^{-0{,}001t}$. Pour la probabilité d'une durée supérieure à t, utilisez le complément $P(T > t) = e^{-0{,}001t}$.

Q : Quel est le barème et comment organiser le temps de l'épreuve ?

L'épreuve dure deux heures et comprend deux exercices de 10 points chacun. Les trois parties de chaque exercice peuvent être traitées indépendamment, ce qui permet de changer de partie si une question bloque.

Q : Quelles précautions prendre pour les calculs et les résultats attendus ?

Une calculatrice avec mode examen actif ou une calculatrice sans mémoire de type collège est autorisée. Respectez les arrondis demandés et signalez la discordance entre la valeur imprimée de P(D) et les données.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsdrb.fr/assets/annales/bts-drb/E2 - Mathématiques/2022/BTS DRB - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

Ressources BTS Développement et Réalisation Bois : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.