Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS DRB

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Modélisation du départ d'un train à très haute vitesse (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsdrb.fr/assets/annales/bts-drb/E2 - Mathématiques/2018/BTS DRB - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Modélisation du départ d’un train à très haute vitesse

Un projet de train à propulsion électromagnétique vise une vitesse instantanée de 400 km/h en moins de deux minutes. L’exercice modélise la distance parcourue par un wagon et étudie l’équation différentielle, la fonction obtenue, puis l’aire d’une pièce destinée à une gare.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question A.1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0.

On réécrit l’équation sous la forme $y' = 0,2y$. Les solutions sont les fonctions exponentielles $y(t) = ke^{0,2t}$, avec une constante réelle k. Cette famille comprend la solution nulle et donne toutes les solutions sur $[0, +\infty[$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question A.2°. Vérifier que g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t sur [0, 3].

On dérive g : $g'(t) = -15$. Puis

$$g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t.$$

Le membre de gauche est égal au membre de droite pour tout $t \in [0, 3]$. La fonction proposée est donc bien une solution de (E).

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $g'(t) - 0,2g(t) = 3t$, donc g est solution de (E).

Question A.3°. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Les solutions de l’équation complète sont obtenues en ajoutant à une solution particulière $g(t) = -15t - 75$ les solutions de l’équation homogène.

$$y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75, \quad k \in \mathbb{R}.$$

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question A.4°. Déterminer la fonction f solution de l’équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 0.

1. La solution générale est $f(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$.
2. La condition initiale donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$.

On remplace cette constante dans l’expression générale.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question B.1.a). Résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0 à partir des expressions de f et de f' fournies par le logiciel de calcul formel.

Le calcul formel donne $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. Comme $15 > 0$, le signe dépend de $e^{0,2t} - 1$.

- Sur $[0, 3]$, $0,2t \geq 0$, donc $e^{0,2t} \geq 1$.
- L'égalité a lieu pour $t = 0$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$, avec égalité seulement en $t = 0$.

Question B.1.b). Déduire du signe de f' les variations de la fonction f sur [0, 3].

Le signe de la dérivée établit que f est croissante sur tout l'intervalle. Ses valeurs aux bornes sont :

t	**0**	**3**
$f(t)$	0	$75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$
Variation	croissante	

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> f croît de 0 à environ $16,659$ km sur $[0, 3]$.

Question B.2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième de kilomètre.

Au bout d'une minute, la distance parcourue vaut

$$f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,6052 \text{ km}.$$

Arrondie au dixième de kilomètre, cette distance est de $1,6$ km.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(1) \approx 1,6$ km.

Question B.3.a). À l'aide de f'(t), déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes, en kilomètres par minute, et arrondir le résultat au dixième.

La vitesse instantanée est $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$, en kilomètres par minute. À $t = 2$:

$$f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,3774.$$

L'arrondi demandé au dixième est donc $7,4$ km/min.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(2) \approx 7,4$ km/min.

Question B.3.b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse en tenant compte de la vitesse visée et du délai imposé.

La vitesse cible est $400/60 \approx 6,667$ km/min. Comme $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$ est croissante et que $f'(2) \approx 7,377$ km/min, cette cible est atteinte avant deux minutes. En résolvant $f'(t) = 400/60$, on obtient $t = \ln(13/9)/0,2 \approx 1,839$ minute.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui : la vitesse de 400 km/h est atteinte après environ $1,839$ minute, donc avant deux minutes.

Question B.4°. Choisir parmi les trois propositions l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2, puis recopier la réponse sans justification.

$$y = f'(2)(t - 2) + f(2).$$

En remplaçant $f'(2)$ et $f(2)$, puis en développant, on obtient la troisième proposition.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question C.1°. Choisir parmi les trois propositions l'aire A1 du rectangle OPQR en unités d'aire, puis recopier la réponse sans justification.

Le rectangle $OPQR$ a une largeur de 3 unités et une hauteur de $2,25$ unités. Son aire est donc $3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire. C'est la troisième réponse proposée.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_1 = 6,75$ u. a.

Question C.2°. À l'aide de la primitive fournie, calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites x = 0 et x = 3.

La fonction g étant positive sur $[0, 3]$, l'aire recherchée est $\int_0^3 g(x)\,dx$. Avec la primitive fournie :

$$A_2 = \frac{27}{4}[\ln(x^2 + 9)]_0^3 = \frac{27}{4}\ln 2.$$

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question C.3°. Déduire des questions précédentes l'aire totale A hachurée, en tenant compte de la symétrie de la pièce, et arrondir le résultat au millième.

1. Sur la moitié droite, l'aire hachurée est $A_1 - A_2$.
2. La pièce étant symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, l'aire totale vaut $A = 2(A_1 - A_2)$.

L'unité graphique étant le mètre sur chaque axe, l'aire s'exprime en mètres carrés.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A = 2\left(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2\right) \approx 4,143\ \text{m}^2$.

2. Obsolescence programmée des smartphones

L'exercice étudie l'obsolescence technique et logicielle d'une population de smartphones, puis la réparabilité d'un modèle précis. Il mobilise les probabilités conditionnelles, la loi binomiale et un test d'hypothèse bilatéral sur l'opinion concernant une marque.

A. Probabilités conditionnelles

Question A.1°. À partir des données de l'énoncé et de la population de 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant obsolescence technique et obsolescence logicielle, totaux compris.

Sur 200 appareils, 3 % sont touchés techniquement, soit 6, et 8 % sont touchés par l'obsolescence logicielle, soit 16. Parmi ces 16 appareils, 12,5 % sont aussi touchés techniquement : cela donne 2 appareils. Les autres cases se complètent par soustraction à partir des totaux.

Smartphones	Touchés par l'obsolescence logicielle	Non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
Touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
Non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Effectifs : 2, 4, 14 et 180. Totaux : 6, 194, 16, 184 et 200.

Question A.2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique et L l'obsolescence logicielle.

L'énoncé donne directement les proportions touchées par chaque type d'obsolescence : 3 % pour l'obsolescence technique et 8 % pour l'obsolescence logicielle. Il précise aussi que, parmi les appareils touchés par l'obsolescence logicielle, 12,5 % sont touchés techniquement. Cette dernière donnée est la probabilité conditionnelle de T sachant L.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$P(T) = 0{,}03$; $P(L) = 0{,}08$; $P_L(T) = 0{,}125$.

Question A.3.a). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et l'obsolescence logicielle, soit $P(T \cap L)$.

La probabilité de l'intersection s'obtient en multipliant la probabilité d'être touché par L par la probabilité conditionnelle d'être touché par T sachant L :
$P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T) = 0{,}08 \times 0{,}125 = 0{,}01$.
Ainsi, 1 % des smartphones, soit 2 appareils sur 200, sont touchés par les deux types d'obsolescence.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$P(T \cap L) = 0{,}010$.

Question A.3.b). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence, soit P(T ∪ L).

Pour calculer la probabilité d'être touché par au moins un des deux types d'obsolescence, on additionne les probabilités de T et de L, puis on retranche leur intersection, comptée deux fois dans cette somme :
P(T ∪ L) = P(T) + P(L) − P(T ∩ L)
Donc P(T ∪ L) = 0,03 + 0,08 − 0,01 = 0,10.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(T ∪ L) = 0,100.

Question A.3.c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité cherchée est la proportion d'appareils touchés par L parmi ceux touchés par T. On divise donc la probabilité de l'intersection par celle de T :
$P_T(L) = P(T \cap L) / P(T) = 0{,}01 / 0{,}03 = 1/3$.
À 10^{-3} près, cette probabilité vaut 0,333.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) = 0{,}333$.

B. Loi binomiale

Question B.1°. Justifier que le nombre X de smartphones non réparables dans un lot de 50 suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

Chaque prélèvement est une épreuve de Bernoulli : l'appareil est non réparable avec une probabilité constante de 0,045. Le stock étant assimilé à des tirages avec remise, les 50 épreuves sont indépendantes. La variable X compte le nombre de smartphones non réparables parmi ces 50 épreuves identiques ; elle suit donc une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale B(50 ; 0,045).

Question B.2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

Un smartphone est réparable avec la probabilité 1 − 0,045 = 0,955. Pour que les 50 appareils soient tous réparables, il faut que cette issue se produise à chacun des 50 tirages indépendants. La probabilité cherchée est donc $0{,}955^{50} \approx 0{,}100039$, soit 0,100 à 10^{-3} près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité que les 50 smartphones soient réparables est 0,100.

Question B.3.a). Faire tourner à la main l'algorithme pour i allant de 0 à 3, puis compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et les sommes successives S.

On calcule les probabilités avec la loi binomiale B(50 ; 0,045), puis on ajoute chaque valeur à la somme précédente. Les probabilités et les sommes cumulées ci-dessous sont arrondies au millième, conformément à l'énoncé. La dernière somme correspond aux probabilités des événements X = 0, X = 1, X = 2 et X = 3.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Sommes successives : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question B.3.b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

À la fin de la boucle, S est la somme des probabilités P(X = i) pour i allant de 0 à 3. Elle représente donc la probabilité qu'un lot comporte au plus 3 smartphones non réparables. La somme non arrondie vaut environ 0,812970 ; à 10^{-3} près, S vaut 0,813.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

S ≈ 0,813 : environ 81,3 % des lots comptent au plus 3 smartphones non réparables.

Question B.4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte du nombre de smartphones non réparables par lot.

Pour une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance vaut E(X) = np. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. Cela signifie que, sur un grand nombre de lots de 50 smartphones, le nombre moyen d'appareils non réparables par lot est de 2,25.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question C.1°. Choisir la valeur de h, arrondie au centième, telle que sous H0 la fréquence F appartienne à l'intervalle [0,55 - h ; 0,55 + h] avec une probabilité de 0,95.

Sous H_0, la fréquence F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. L'intervalle central de probabilité 0,95 s'étend à environ 1,96 écarts types de la moyenne. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252. Arrondie au centième, cette valeur donne le choix 0,07.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

h ≈ 0,07.

Question C.2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %, en précisant dans quel cas l'hypothèse nulle est rejetée.

La règle de décision utilise l'intervalle centré sur 0,55, de demi-largeur h déterminée à la question précédente. On ne rejette pas H_0 si la fréquence observée appartient à cet intervalle. On rejette H_0 si la fréquence observée est strictement à l'extérieur, autrement dit si son écart à 0,55 dépasse h.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Rejeter H_0 si $f < 0{,}55 - h$ ou $f > 0{,}55 + h$; sinon, ne pas la rejeter.

Question C.3°. À partir des 76 personnes, sur 180 interrogées, qui pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée, conclure au sujet du test.

La fréquence observée est $76/180 \approx 0{,}422$. Avec h arrondi au centième, l'intervalle de décision est $[0{,}55 - 0{,}07 ; 0{,}55 + 0{,}07]$, soit $[0{,}48 ; 0{,}62]$. Comme 0,422 est inférieur à 0,48, la fréquence observée est dans la zone de rejet : au seuil de 5 %, on rejette H_0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> H_0 est rejetée : le résultat du sondage à 55 % n'est pas validé au seuil de 5 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, groupement B, session 2018, code MATGRB1, d'une durée de 2 heures, avec un coefficient variable selon la spécialité. Deux exercices de 10 points portent sur le départ d'un train à très haute vitesse et l'obsolescence des smartphones. Les compétences évaluées incluent équations différentielles, étude de fonctions, intégrales, probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- La solution générale d'une équation différentielle linéaire est la somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène associée.
- Quand f(t) représente une distance en fonction du temps, f'(t) donne la vitesse instantanée, exprimée dans les unités correspondantes.
- Pour n tirages indépendants de probabilité p, le nombre de succès suit une loi binomiale B(n, p) et son espérance vaut np.
- Un test bilatéral au seuil de 5 % compare la fréquence observée à l'intervalle central de probabilité 0,95 sous l'hypothèse nulle.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités : temps en minutes, distance en kilomètres et vitesse en kilomètres par minute.
- Pour l'aire hachurée, utiliser l'aire du rectangle, l'intégrale de g sur [0, 3] et la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.
- Pour une probabilité conditionnelle, identifier l'événement conditionnant avant d'appliquer la formule.
- Dans le test, calculer la fréquence observée 76/180 et appliquer la règle bilatérale sans présenter l'acceptation de H0 comme une preuve.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre l'équation différentielle avec un second membre ?

Résolvez d'abord l'équation homogène associée. Ajoutez ensuite une solution particulière de l'équation complète, puis utilisez la condition initiale pour déterminer la constante et obtenir la fonction demandée.

Q : Comment calculer l'aire de la pièce à partir de la figure ?

Calculez l'aire du rectangle supérieur, puis l'aire sous la courbe g entre 0 et 3 par une intégrale. Soustrayez cette aire du rectangle pour une moitié de la pièce, puis doublez grâce à la symétrie.

Q : Comment organiser le temps pour cette épreuve ?

L'épreuve dure 2 heures et comporte deux exercices de 10 points. Répartissez le temps entre les deux exercices, gardez une marge pour les calculs et les arrondis, puis vérifiez que chaque sous-question numérotée a reçu une réponse.

Q : Quels arrondis faut-il appliquer aux résultats ?

Dans l'exercice 2, sauf indication contraire, les résultats sont arrondis au millième. L'exercice 1 précise les arrondis demandés : au dixième pour la distance et la vitesse, puis au millième pour l'aire finale.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsdrb.fr/assets/annales/bts-drb/E2 - Mathématiques/2018/BTS DRB - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Développement et Réalisation Bois : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.